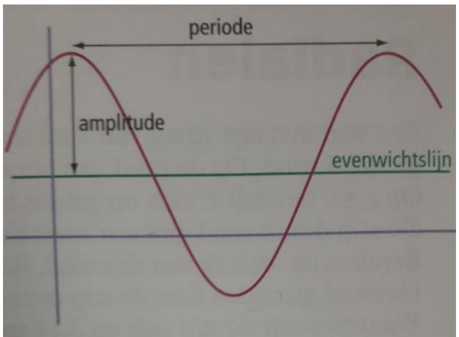
Samenvatting wiskunde havo 4 hoofdstuk 5,7,8 en vaardigheden 3 en 4 en havo 5 hoofdstuk 3 en 5	
Hoofdstuk 5 afstanden en hoeken	
Voorkennis	
Stelling van pythagoras	• Kan alleen bij rechthoekige driehoeken • $a^2 + b^2 = c^2$
Sinus, cosinus en tangens	• Kan alleen bij een rechthoekige driehoek • $\sin(\angle A) = \frac{overstaande\ rechthoekszijde\ van\ \angle A}{langste\ zijde}$ • $\cos(\angle A) = \frac{aanliggende\ rechthoekszijde\ van\ \angle A}{langste\ zijde}$ • $\tan(\angle A) = \frac{overstaande\ rechthoekszijde\ van\ \angle A}{aanliggende\ rechthoekzijde\ van\ \angle A}$
5.1 gelijkvormigheid	
Gelijkvormig	• Twee driehoeken zijn gelijkvormig als: • De overeenkomstige hoeken even groot zijn • Als er een vaste verhouding tussen overeenkomstige zijden bestaat
5.2 sinusregel	
Sinusregel	• In elke driehoek geldt de sinusregel • Als α, β en γ de hoeken zijn van een driehoek en de lengten van de tegenoverliggende zijden zijn a, b en c, dan geldt: $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$
5.3 cosinusregel	
Cosinusregel	• In een driehoek kun je een zijde berekenen als je de andere zijden en de tegenoverliggende hoek kent of je kunt een hoek berekenen als je alle zijden weet: $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\alpha)}$ $b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos(\beta)}$ $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma)}$
5.4 afstanden in een rooster	
Afstand tussen twee punten	• De afstand tussen twee punten (coördinaten A en coördinaten B) kun je berekenen met formule: $A(a_1, a_2)$ & $B(b_2, b_2)$ AB = $\sqrt{(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2)^2}$
Middelloodlijn	• Een lijn die loodrecht op een andere lijn staat of er doorheen gaat heet de middelloodlijn
5.5 plaatsbepaling	
Plaatsbepaling	• In een assenstelsel kan een punt worden vastgelegd door de coördinaten of als de afstand tot een ander punt en de richting vanaf dat punt gegeven zijn • Je kunt het beste een schets maken voor het berekenen
Hoofdstuk 7 lijnen en afstanden	
Voorkennis	
Formules	• Formules van de vorm y = mx + n zijn lineaire formules waarbij m het hellingsgetal is en n het startgetal • Een ander woord voor hellingsgetal is richtingscoëfficiënt • De vergelijking van een lijn is de formule die bij een lineaire formule hoort
7.1 vergelijking van een lijn	
Vergelijkingen	• Ax + by = c

	• Als een lijn niet evenwijdig is aan de verticale as kun je de vergelijking ook schrijven als y = mx + n • Als de lijn niet evenwijdig is aan een van de assen en niet door de oorsprong gaat kun je de vergelijking schrijven als $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$
7.2 stelsels lineaire vergelijkingen	
Stelsel van vergelijkingen	• Als je twee formules hebt en je hebt één of meerdere waarden waarbij de formules dezelfde antwoorden hebben, dan heb je een stelsel van vergelijkingen • Bij het oplossen van stelselvergelijkingen kun je gebruik maken van herleiden van vergelijkingen of substitutie
7.3 hoek tussen twee lijnen	
Richtingshoek	• De richtingshoek α van een lijn l is de scherpe hoek of rechte hoek die lijn l met de positieve x-as maakt • Bij een dalende lijn krijg je dan een negatieve hoek α
7.4 loodrecht	
Loodrecht	• Als voor twee lijnen k en l met richtingscoëfficiënten m_1 en m_2 geldt: $m_1 \cdot m_2 = -1$, dan staan k en l loodrecht op elkaar Hoe stel je een vergelijking op van de loodlijn die door een punt P gaat en loodrecht op een lijn l staat? 1. Bereken de richtingscoëfficiënt m_1 van lijn l 2. Bereken de richtingscoëfficiënt m_2 van de loodlijn met behulp van de regel $m_1 \cdot m_2 = -1$ 3. Een vergelijking van de loodlijn is $y = m_2 \cdot x + b$ 4. Bereken b door de coördinaten van punt P in te vullen
7.5 afstand tot een lijn	
Afstand tot een lijn	Hoe bereken je de afstand van een punt p tot een lijn l? 1. Stel een vergelijking op van de loodlijn door punt l 2. Bereken de coördinaten van het snijpunt Q van de loodlijn met l 3. Bereken de afstand van punt P tot het snijpunt Q
Middelloodlijn	• De middelloodlijn van lijnstuk AB is de lijn die door het midden van lijnstuk AB gaat en die loodrecht op lijnstuk AB staat
Hoofdstuk 8 periodieke functies	
Voorkennis	
Sinus	• Grafieken die zichzelf steeds herhalen heten periodieke grafieken 
8.1 radialen	
Eenheidscirkel	• In een eenheidscirkel, een cirkel met straal 1, komt een draaihoek van 180° overeenkomt met een cirkelboog met lengte π • Andersom is een cirkelboog met lengte 1 een hoek α ongeveer 57° • Deze hoekmaat wordt radiaal genoemd • 180° = π radialen • Na 2π is de stip op de eenheidscirkel weer terug bij het begin

<table>
<tr><th colspan="2">8.2 sinusfunctie</th></tr>
<tr><td>Sinusfunctie</td><td>$$f(x) = a + bsin\big(c(x-d)\big)$$
a = de evenwichtsstand
b = de amplitude
$c = \frac{2\pi}{c}$ = periode
d = beginpunt</td></tr>
<tr><th colspan="2">8.3 cosinusfunctie</th></tr>
<tr><td>Cosinusfunctie</td><td>• De cosinusgrafiek en de sinusgrafiek zijn ten opzichte van elkaar horizontaal een kwart periode naar links verschoven
• In enkele waarden van x moet je de exacte waarde van sin(x) of cos(x) weten

<table>
<tr><th>Graden</th><th>0°</th><th>30°</th><th>45°</th><th>60°</th><th>90°</th></tr>
<tr><td>Radialen (x)</td><td>0</td><td>$\frac{1}{6}\pi$</td><td>$\frac{1}{4}\pi$</td><td>$\frac{1}{3}\pi$</td><td>$\frac{1}{2}\pi$</td></tr>
<tr><td>Sinus</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{2}$</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{3}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Cosinus</td><td>1</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{3}$</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>0</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Transformaties</td><td>• d + sin(x) is een verticale verschuiving
• a · sin(x) is een vermenigvuldiging ten opzichte van de x-as
• sin(x - c) is een horizontale verschuiving
• a · sin(x) is een vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as</td></tr>
<tr><th colspan="2">Vaardigheden 3 en 4</th></tr>
<tr><td>Rekenregels machten</td><td>• $g^a \cdot g^b = g^{a+b}$
• $\frac{g^a}{g^b} = g^{a-b}$
• $(g^a)^b = g^{ab}$
• $g^{-n} = \frac{1}{g^n}$
• $g^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{g}$
• $g^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{g^m}$
• $(p \cdot q)^a = p^a \cdot q^a$
• $\left(\frac{p}{q}\right)^a = \frac{p^a}{q^a}$</td></tr>
<tr><td>Rekenregels wortels</td><td>• $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$
• $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
• Breuken kun je bij elkaar optellen en van elkaar aftrekken als ze gelijknamig zijn (de noemers zijn gelijk</td></tr>
<tr><td>Vergelijkingen oplossen</td><td>• $A \cdot B = 0$ dus A = 0 of B = 0
• $A \cdot B = A \cdot C$ dus A= 0 of B = C
• $A^2 = B^2$ dus A = B of A = -B</td></tr>
<tr><th colspan="2">Hoofdstuk 3 goniometrische functies</th></tr>
<tr><th colspan="2">3.1 een functievoorschrift opstellen</th></tr>
<tr><td>Functievoorschrift opstellen</td><td>Hoe stel je een functievoorschrift <u>f(x) = a + b sin(c(x-d)</u> op bij een sinusoïde
1. Lees uit de grafiek het maximum en het minimum af
2. Bereken hiermee de evenwichtsstand a en amplitude b
3. Lees uit de grafiek de periode en een beginpunt af
4. Bereken c door c = $\frac{2\pi}{periode}$ en met de x-coördinaat van het afgelezen beginpunt van d
5. Schrijf het functievoorschrift op</td></tr>
<tr><th colspan="2">3.2 exacte waarden vinden</th></tr>
<tr><td>De tabel</td><td>• Gebruikmakend van de tabel bij het stukje over de cosinusfunctie en de periodiciteit van de bijbehorende grafieken, kun je van sommige waarden van x de exacte waarde van sin(x) en van cos (x) berekenen</td></tr>
</table>

3.3 vergelijkingen	
Vergelijking exact oplossen?	Sin(x) = sin (a) x = a + k · 2π of x = π – a + k · 2π cos(x) = cos(a) x = a + k · 2π of x = – a + k · 2π Voorbeeld: sin(3x - 1) = $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ (oftewel $\frac{1}{4}\pi$(zie tabel)) op het interval [-π. π] 3x – 1 = $\frac{1}{4}\pi$ + k · 2π of 3x – 1 = $\pi - \frac{1}{4}\pi$ + k · 2π x = $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}\pi$ + k · $\frac{2}{3}\pi$ of x = $-\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\pi$ + k · $\frac{2}{3}\pi$ x = ___ of x = ____ of x =_____ etc…
3.4 ongelijkheden	
Ongelijkheden	• Goniometrische ongelijkheden los je op door eerst de bijbehorende vergelijking op te lossen en vervolgens in een plot of schets de oplossing van de ongelijkheid af te lezen
Hoofdstuk 5 cirkels	
5.1 lijnen	
Vergelijkingen	• Lijnen kun je op verschillende manieren met vergelijkingen weergeven: ○ Een vergelijking van een lijn kun je schrijven in de vorm van ax + by = c ○ Als de lijn niet evenwijdig is aan de verticale as, kun je de vergelijking ook schrijven als y = mx + n waarbij m de richtingscoëfficiënt is en n het startgetal ○ Een vergelijking van een verticale lijn is x = p en een vergelijking van een horizontale lijn is y = q
5.2 vergelijking van een cirkel	
De middelpunts-vergelijking van een cirkel	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ Oftewel $r = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$
Kwadraat afsplitsen	• Door twee keer kwadraat afsplitsen toe te passen op de vergelijking $x^2 + y^2 + px + qy + s = 0$ kun je een middelpuntsvergelijking van de vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ krijgen Voorbeeld: $x^2 + y^2 + 16x + 12y + 75 = 0$ $x^2 - 16x = (x-8)^2 - 64$ $y^2 - 12y = (y+6)^2 - 36$ $(x-8)^2 - 64 + (y+6)^2 - 36 + 75 = 0$ $(x-8)^2 + (y+6)^2 = 25$
5.3 snijden en raken	
Raaklijn	Discriminant <0 geen oplossingen Discriminant = 0 één oplossing (is dus de raaklijn) (loodlijn op de straal) Discriminant >0 twee oplossingen
5.4 afstand tot een cirkel	
Afstand van een punt tot een cirkel	• De kortste verbindingslijn van een punt met een cirkel • Als cirkel c middelpunt M als straal r heeft, dan geldt voor de afstand d van punt P tot cirkel c: ○ d = PM – r als punt P buiten cirkel c ligt ○ d = 0 als punt P op de cirkel ligt ○ d = r – PM als punt P binnen cirkel c ligt

<table>
<tr>
<td>Afstand tussen twee cirkels</td>
<td>

- Kortste verbindingslijn stuk tussen twee cirkels
  - d = MN – (r_1 + r_2) als alle punten van cirkel c_2 buiten cirkel c_1 liggen
  - d = 0 als de cirkels c_1 en c_2 elkaar snijden of raken
  - d = r_1 – (MN + r_2) als alle punten van cirkel c_2 binnen cirkel c_1 liggen

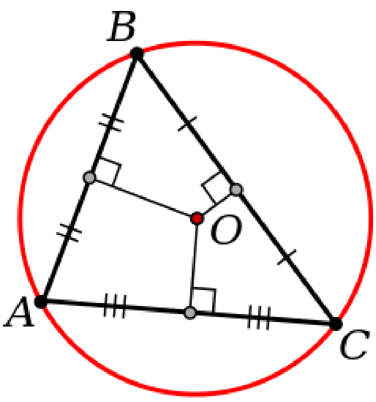
</td>
</tr>
<tr>
<td>Afstand tussen lijn en cirkel</td>
<td>

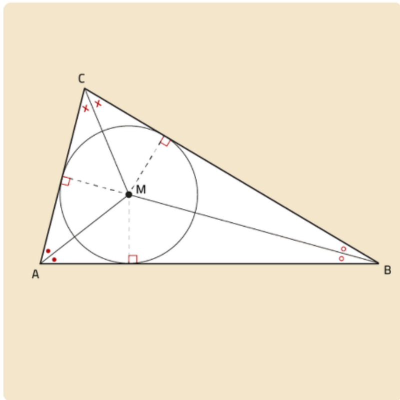
Hoe bereken je de afstand d tussen lijn l en cirkel c

1. Stel de vergelijking op van de loodlijn m uit het middelpunt M van cirkel c op lijn l
2. Bereken de coördinaten van het snijpunt P van l en m
3. d = PM- r als PM > r
d = 0 als PM $\leq$ r

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">5.5 de in- en omgeschreven cirkel</td>
</tr>
<tr>
<td>De in- en omgeschreven cirkel</td>
<td>

- De cirkel die aan de drie zijden van een driehoek raakt, heet de ingeschreven cirkel van die driehoek
  - Het middelpunt is het snijpunt van alle deellijnen van de driehoek
- De cirkel die door de hoekpunten van een driehoek gaat, heet de omgeschreven cirkel van die driehoek
- Het middelpunt is het snijpunt van alle middelloodlijnen





</td>
</tr>
</table>