

Samenvatting wiskunde b hoofdstuk 3 en 4 + vaardigheden 2

Hoofdstuk 3 machtsfuncties

Voorkennis

- Bij het rekenen met machten gelden de volgende rekenregels:
  - Bij een vermenigvuldiging van twee machten met hetzelfde grondtal geldt  $g^a \cdot g^b = g^{a+b}$
  - Bij het machtsverheffen van een macht geldt  $(g^a)^b = g^{a \times b}$
- Je kunt de rekenregels van machten gebruiken om functievoorschriften te vereenvoudigen
- $\sqrt{a}$  heet de wortel van a en er geldt  $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt[3]{c}$  heet de derdemachtswortel van c. er geldt  $(\sqrt[3]{c})^3 = c$

3-1 rekenregels voor machten

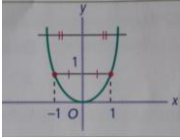
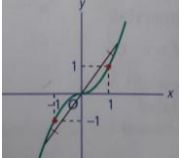
- Voor het rekenen met machten kun je gebruik maken van de volgende rekenregels:
  - $g^a \cdot g^b = g^{a+b}$  en  $(g^a)^b = g^{a \times b}$
  - $\frac{g^a}{g^b} = g^{a-b}$  ( $g \neq 0$ )
  - $g^0 = 1$  ( $g \neq 0$ )
  - $g^{-n} = \frac{1}{g^n}$  ( $g \neq 0$  en n een heel getal)
- Voor het rekenen met machten geldt ook
  - $(p \cdot q)^a = p^a \cdot q^a$
  - $(\frac{p}{q})^a = \frac{p^a}{q^a}$  ( $q \neq 0$ )

3-2 gebroken exponenten

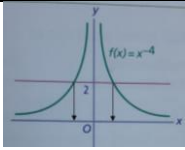
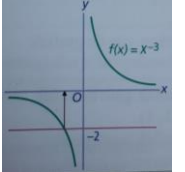
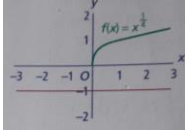
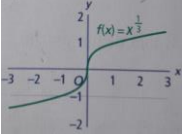
- Er geldt  $g^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{g}$
- Er geldt  $g^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{g^m}$ , met n en m positieve gehele getallen

3-3 machtsfuncties en gehele exponenten

- Functies van de vorm  $f(x) = x^a$  heten machtsfuncties
- De eigenschappen van grafieken van  $f(x) = x^a$  met a een positief geheel getal staan in het overzicht hieronder:

Machtsfuncties van de vorm $f(x)=x^a$	Algemene vorm van de grafiek	Kenmerken van de grafieken	Aantal oplossingen van de vergelijking $f(x) = c$
a is even, bijvoorbeeld $f(x)=x^6$		-de grafiek gaat door de punten (-1,1), (0,0) en (1,1) -de grafiek is lijnsymmetrisch in de y-as	2 oplossingen als $c > 0$ 1 oplossing als $c = 0$ 0 oplossingen als $c < 0$
a is oneven, bijvoorbeeld $f(x)=x^7$		-de grafiek gaat door de punten (-1,-1), (0,0) en (1,1) -de grafiek is puntsymmetrisch in het punt (0,0)	Altijd één oplossing

- Machtsfuncties van de vorm  $f(x) = x^{-n}$  kun je schrijven als  $\frac{1}{x^n}$  met n een positief getal
- Deze machtsfuncties zijn voorbeelden van **gebroken functie**
- De eigenschappen van de grafieken  $f(x) = x^{-n}$  met n een positief geheel getal staan in het overzicht hieronder

	Algemene vorm van de grafiek	Kenmerken van de grafieken	Aantal oplossingen van de vergelijking $f(x) = c$
n is even, bijvoorbeeld $f(x) = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$		-de grafiek gaat door de punten (1,1), (-1,1) -de grafiek is lijnsymmetrisch in de y-as -de x-as is horizontale asymptoot en de y-as is verticale asymptoot	2 oplossingen als $c > 0$ 0 oplossingen als $c \leq 0$
n is oneven, bijvoorbeeld $f(x) = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$		-de grafiek gaat door de punten (1,1), (-1,-1) -de grafiek is puntsymmetrisch in (0,0) -de x-as is horizontale asymptoot en de y-as is verticale asymptoot	Altijd één oplossing, $c \neq 0$
3-4 machtsfuncties met gebroken exponenten	<ul style="list-style-type: none"> <li>Machtsfuncties van de vorm <math>f(x) = x^{\frac{1}{n}}</math> met n een positief geheel getal zijn te schrijven als <math>f(x) = \sqrt[n]{x}</math> en heten daarom ook wel wortelfuncties</li> <li>Als n even is, is het domein <math>[0, \rightarrow)</math></li> <li>Als n oneven is, is het domein <math>\mathbb{R}</math></li> <li>De eigenschappen van de grafieken van <math>f(x) = x^{\frac{1}{n}}</math> met een positief geheel getal staan in het overzicht hieronder</li> </ul>		
	Algemene vorm van de grafiek	Kenmerken van de grafieken	Aantal oplossingen van de vergelijking $f(x) = c$
n is even, bijvoorbeeld $f(x) = x^{\frac{1}{4}}$ zowel het domein als het bereik van f is $[0, \rightarrow)$		-de grafiek gaat door het punt (1,1) -de grafiek heeft geen symmetrie	1 oplossing als $c \geq 0$ 0 oplossingen als $c < 0$
n is oneven, bijvoorbeeld $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ zowel het domein als het bereik van f is $\mathbb{R}$		-de grafiek gaat door de punten (1,1) en (-1,-1) -de grafiek is puntsymmetrisch	Altijd één oplossing
Vergelijkingen oplossen	<ul style="list-style-type: none"> <li>Voor positieve gele waarden van n geldt <ul style="list-style-type: none"> <li>De exacte oplossing van <math>x^n = c</math> is <math>\sqrt[n]{c}</math> als n oneven is</li> <li>De exacte oplossingen van <math>x^n = c</math> zijn <math>x = \sqrt[n]{c}</math> en <math>x = -\sqrt[n]{c}</math> als n even is en <math>c \geq 0</math></li> <li><math>X^n = c</math> heeft geen oplossing als n even is en <math>c &lt; 0</math></li> </ul> </li> </ul>		

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bij vergelijkingen van de vorm <math>x^a = c</math> met <math>a</math> niet een geheel getal, ga je eerst met een plot na hoeveel oplossingen er zijn</li> <li>• Als er één of meer oplossingen zijn, los je de vergelijking exact op door links en rechts van het <math>=</math> - teken tot dezelfde macht te verheffen zodat <math>x^1</math> ontstaat</li> <li>• <math>X^a = c</math> geeft <math>(x^a)^{\frac{1}{a}}</math> en hieruit volgt <math>x = c^{\frac{1}{a}}</math></li> <li>• Als er een twee oplossingen is, is dit <math>x = -c^{\frac{1}{a}}</math></li> </ul>
<b>Hoofdstuk 4 exponentiële functies</b>	
Voorkennis	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Als een hoeveelheid met een bepaald percentage toeneemt of afneemt kun je de nieuwe hoeveelheid berekenen met de <b>groefactor</b>, dat is het getal waar je de hoeveelheid mee vermenigvuldigt</li> <li>• Een groeiproces waarbij de hoeveelheid per tijdseenheid met hetzelfde positieve getal wordt vermenigvuldigd heet <b>exponentieel groeiproces</b></li> <li>• De hoeveelheid op tijdstip <math>t = 0</math> heet <b>beginhoeveelheid</b></li> <li>• Bij exponentiële groei met <math>b</math> als beginhoeveelheid en <math>g</math> als groefactor per tijdseenheid hoort de exponentiële functie <math>N(t) = b \cdot g^t</math></li> </ul>
4-1 grafieken van exponentiële functies	<ul style="list-style-type: none"> <li>• De grafiek van een <b>exponentiële functie</b> <math>f(x) = b \cdot g^x</math> (<math>b &gt; 0</math>) is stijgend als <math>g &gt; 1</math> en dalend als <math>0 &lt; g &lt; 1</math></li> <li>• Omdat <math>f(0) = b</math> gaat de grafiek van <math>f</math> door <math>(0, b)</math> op de verticale as</li> <li>• De grafiek die hoort bij de functie <math>f</math> heeft de <math>x</math>-as als horizontale asymptoot</li> <li>• Het domein van de functie <math>f</math> is <math>\mathbb{R}</math></li> <li>• Het bereik van de functie is <math>(0, \rightarrow)</math></li> <li>• Voor groeifactoren geldt het volgende <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Als <math>g</math> de groefactor per tijdseenheid is, dan is <math>g^{\frac{1}{n}}</math> (ook te schrijven als <math>\sqrt[n]{g}</math>) de groefactor voor een <math>n</math>-de deel van die tijdseenheid</li> </ul> </li> </ul>
4-2 transformaties	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Een grafiek kun je verschuiven <ul style="list-style-type: none"> <li>○ De grafiek die hierdoor ontstaat heet de <b>beeldgrafiek</b></li> </ul> </li> <li>• Als je bij een functievoorschrift een getal optelt, verschuift de grafiek bij een positief getal omhoog of bij een negatief getal omlaag</li> <li>• Als je de variabele <math>x</math> in een functievoorschrift vervangt door <math>x - 4</math> verschuift de grafiek 4 naar rechts <math>(0,5)^x \rightarrow (0,5)^{x-4}</math></li> <li>• Een verschuiving heet ook wel een translatie</li> <li>• Als een functievoorschrift wordt vermenigvuldigd met een getal, wordt de bijbehorende grafiek <b>vermenigvuldigd ten opzichte van de x-as</b></li> <li>• Als er wordt vermenigvuldigd met factor <math>-1</math>, dan wordt de grafiek gespiegeld in de <math>x</math>-as</li> <li>• Spiegelen, verschuiven en vermenigvuldigen van een grafiek zijn voorbeelden van transformaties</li> </ul>
4-3 functies anders schrijven	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Het is mogelijk een functievoorschrift van een exponentiële functie met behulp van rekenregels tot de standaardvorm <math>f(x) = b \cdot g^x</math> te herleiden</li> <li>• Uit de standaardvorm kun je de beginhoeveelheid <math>b</math> en de groefactor <math>g</math> aflezen</li> <li>• Ook kun je dan vaststellen of de bijbehorende grafiek stijgend of dalend is</li> </ul>

4-4 Vergelijkingen en ongelijkheden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Je lost een exponentiële vergelijking als volgt op: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Deel zo mogelijk linker- en rechterkant van de vergelijking door hetzelfde getal</li> <li>2. Schrijf de linker- en rechterkant van de vergelijking als machten met hetzelfde grondgetal</li> <li>3. Stel de exponenten gelijk en los op</li> </ol> </li> </ul>
<b>Vaardigheden 2</b>	
Rekenen met breuken	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Breuken kun je vereenvoudigen door de teller en de noemer met hetzelfde getal te vermenigvuldigen of door hetzelfde getal te delen</li> </ul>
Vergelijkingen oplossen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bij het oplossen van vergelijkingen moet je eerst goed naar de vergelijking kijken</li> <li>• Vaak is het nodig dat je de vergelijking eerst op nul herleidt</li> <li>• Soms is er een handigere manier</li> </ul>